Exercice n°1 sur 10 : Résoudre les équations :

$$1) \frac{27}{14}x = -\frac{36}{21} \text{ donc } x = -\frac{36}{21} \times \frac{14}{27} \text{ donc } x = -\frac{9 \times 4}{7 \times 3} \times \frac{7 \times 2}{9 \times 3} = -\frac{4 \times 2}{3 \times 3} = -\frac{8}{9} . \text{ Conclusion : } \boxed{x = -\frac{8}{9}} \text{ (sur 1)}$$

$$2) (3x - 2)^2 - 16(x + 1)^2 = 0 \text{ donc } [(3x-2) - 4(x+1)][(3x-2) + 4(x+1)] = 0 . \text{ Soit } (3x-2-4x-4)(3x-2+4x+4) = 0 \text{ (sur 2)}$$

$$\text{On obtient : } (-x-6)(7x+2) = 0 . \text{ Conclusion : } \boxed{x = -6 \text{ ou } x = -\frac{2}{7}}$$

$$3) (2x - 5)(2x + 3) = (5 - 2x)(x - 1) \text{ donc } (2x-5)(2x+3) - (5-2x)(x-1) = 0 \text{ donc } (2x-5) [(2x+3) + (x-1)] = 0$$

$$\text{soit } (2x-5)(3x+2) = 0 . \text{ Conclusion : } \boxed{x = \frac{5}{2} \text{ ou } x = -\frac{2}{3}} \text{ (sur 2)}$$

$$4) 36 - 49x^2 + 12 - 14x - (7x - 6)(x + 2) = 0 \text{ donc } (6 - 7x)(6 + 7x) + 2(6 - 7x) + (-7x + 6)(x + 2) = 0$$

$$(6-7x) [(6+7x) + 2 + (x+2)] = 0 \text{ donc } (6-7x)(8x + 10) = 0 . \text{ Conclusion : } \boxed{x = \frac{6}{7} \text{ ou } x = -\frac{5}{4}} \text{ (sur 2,5)}$$

$$5) x^2 + 7 = 6 \Leftrightarrow x^2 = -1 \text{ un carré est toujours positif donc cette égalité est impossible. Conclusion : } \boxed{\text{l'équation n'a pas de solution}} \text{ (sur 0,75)}$$

$$6) x^2 = 49 \text{ donc } \boxed{x = 7 \text{ ou } x = -7} \text{ (sur 0,75)}$$

$$7) \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}x = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \text{ donc } \frac{9}{15}x + \frac{10}{15}x = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} \text{ donc } \frac{19}{15}x = \frac{13}{15} . x = \frac{13}{19} . x = \frac{13}{15} \times \frac{15}{19} = \frac{13 \times 15}{19 \times 15} . \text{ Conclusion : } \boxed{x = \frac{13}{19}} \text{ (sur 1)}$$

Exercice n°2 (2,5 points) : $h(x) = 6x^3 - 7x^2 - 18x - 5$

$$h(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$$

Théorème d'identification :

Deux polynômes sont égaux si et seulement si les coefficients de leurs monômes de même degré sont égaux

D'après le théorème d'identification $a = 6$ et $c = -5$ d'où $h(x) = (x + 1)(6x^2 + bx - 5)$ où b est un réel à déterminer.

Je développe et j'ordonne : $h(x) = 6x^3 + bx^2 - 5x + 6x^2 + bx - 5 = 6x^3 + (b + 6)x^2 + (-5 + b)x - 5$

$$\text{Donc toujours d'après le théorème d'identification : } \begin{cases} b + 6 = -7 \\ -5 + b = -18 \end{cases}$$

donc $b = -13$

$$\text{Conclusion : } \boxed{h(x) = (x + 1)(6x^2 - 13x - 5)}$$

$$\text{Exercice n°3 (3 points) : } \frac{-2x^2 + 3x + 3}{2x + 1} = ax + b + \frac{c}{2x + 1}$$

$$\text{Or } ax + b + \frac{c}{2x + 1} = \frac{(ax + b)(2x + 1)}{2x + 1} + \frac{c}{2x + 1} = \frac{2ax^2 + ax + 2bx + b + c}{2x + 1} = \frac{2ax^2 + (a + 2b)x + b + c}{2x + 1}$$

Donc $-2x^2 + 3x + 3 = 2ax^2 + (a + 2b)x + b + c$ pour tout réel x .

$$\text{D'après le théorème d'identification : } \begin{cases} 2a = -2 \\ a + 2b = 3 \\ b + c = 3 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} a = -1 \\ -1 + 2b = 3 \\ b + c = 3 \end{cases} \begin{cases} a = -1 \\ 2b = 4 \\ b + c = 3 \end{cases} \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{Conclusion : } \boxed{a = -1, b = 2 \text{ et } c = 1 \text{ et } \frac{-2x^2 + 3x + 3}{2x + 1} = -x + 2 + \frac{1}{2x + 1}}$$

Exercice n°4 (3 points) : $f(x) = 4x^3 - 8x^2 - x + 2$

$$1) f(2) = 4 \times 8 - 8 \times 4 - 2 + 2 = 32 - 32 - 2 + 2 = 0 \text{ donc } 2 \text{ est bien solution de } f(x) = 0 .$$

$$2) f(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$$

D'après le théorème d'identification : $a = 4$ et $c = -1$ donc $f(x) = (x - 2)(4x^2 + bx - 1)$ où b est à trouver

Je développe et j'ordonne : $f(x) = 4x^3 + bx^2 - x - 8x^2 - 2bx + 2 = 4x^3 + (b - 8)x^2 + (-1 - 2b)x + 2$.

$$b - 8 = -8 \text{ et } -1 - 2b = -1 \text{ donc } b = 0$$

$$\text{Conclusion : } \boxed{f(x) = (x - 2)(4x^2 - 1)}$$

$$3) f(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(4x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(2x - 1)(2x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 0,5 \text{ ou } x = -0,5 .$$

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation } f(x) = 0 \text{ a trois solutions } 2 ; 0,5 ; -0,5}$

$$\text{Exercice n°5 (1,5 points) : En additionnant les deux égalités membres à membres on obtient : } 5a = 4 \text{ donc } \boxed{a = \frac{4}{5}}$$

$$\text{En utilisant la première équation on obtient : } b = 1 - 2a = 1 - \frac{8}{5} . \text{ Soit } \boxed{b = -\frac{3}{5}}$$